

מתמטיקה לפיזיקאים

1.1 מבחן

(כולל פתרון)

גזור את הפונקציות הבאות:

$$1. \quad y = \sin^2 \left[\arctan(2x^2 + 1) \right]$$

$$2. \quad y = \sqrt[3]{\ln \left(\frac{2x^2 + 5x}{e^{-x}} \right)}$$

$$3. \quad y = e^{-\arctan[\tan(x^2)]}$$

4. מצא תחום הגדרה, חתוך עם הצירים, מקסימום, מינימום, נקודות פיתול, גבול ב- $\pm\infty$ וב- 0^+ , 0^- של

הפונקציה $y = \frac{a^3}{x^2} + \frac{a^2}{x}$. נתון ש- $a > 0$. כמו כן, שרטט גרף איכותי של הפונקציה.

5. א. פתור את המשוואה: $Z^3 + 1 = 0$

ב. חשב את הגבול: $\lim_{\vartheta \rightarrow 0} \frac{\sin \vartheta - \tan \vartheta}{\cos \vartheta - \sec \vartheta}$

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

1.1 בחינה

פתרון

$$y = \sin^2[\arctan(2x^2 + 1)] \quad .1$$

$$y' = 2 \sin[\arctan(2x^2 + 1)] \cos[\arctan(2x^2 + 1)] \cdot \frac{4x}{(2x^2 + 1)^2 + 1}$$

$$= \sin\left\{2[\arctan(2x^2 + 1)]\right\} \cdot \frac{4x}{(2x^2 + 1)^2 + 1}$$

$$y = \sqrt[3]{\ln\left(\frac{2x^2 + 5x}{e^{-x}}\right)} = \sqrt[3]{\ln(2x^2 + 5x) + x} \quad .2$$

$$y' = \frac{1}{3}[\ln(2x^2 + 5x) + x]^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{4x + 5}{2x^2 + 5x} + 1\right)$$

$$y = e^{-\arctan[\tan(x^2)]} = e^{-x^2} \quad .3$$

$$y' = -2xe^{-x^2}$$

$$a > 0 \quad y = \frac{a^3}{x^2} + \frac{a^2}{x} \quad .4$$

תחום הגדרה: $x \neq 0$

חיתוך עם הצירים: $x = 0$ לא ייתכן: אין חיתוך עם ציר y

: $y = 0$

$$\frac{a^3}{x^2} = -\frac{a^2}{x} \quad \Bigg/ \cdot \frac{x^2}{a^2}$$

$$a = -x$$

כלומר שיש חיתוך בודד עם ציר x והוא בנקודה $x = -a$.

מינימום / מקסימום:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2a^3}{x^3} - \frac{a^2}{x^2} = 0 \quad \Bigg/ \cdot \frac{x^3}{a^2}$$

$$-2a - x = 0 \Rightarrow x = -2a$$

$$y = \frac{a^3}{4a^2} - \frac{a^2}{2a} = -\frac{a}{4}$$

נקודת אקסטרום:

$$\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=-2a} = \frac{+6a^3}{x^4} + \frac{2a^2}{x^3} \Big|_{x=-2a} = \frac{6a^3}{16a^4} - \frac{2a^2}{8a^3} = \frac{1}{8a} > 0$$

נבדוק אותה:

נקודת מינימום!

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^3}{x^2} + \frac{a^2}{x} = 0 \quad \text{גבול ב-} +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a^3}{x^2} + \frac{a^2}{x} = 0 \quad \text{גבול ב-} -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a^3}{x^2} + \frac{a^2}{x} = \infty \quad \text{גבול ב-} 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{a^3}{x^2} + \frac{a^2}{x} = \infty \quad \text{גבול ב-} 0^-$$

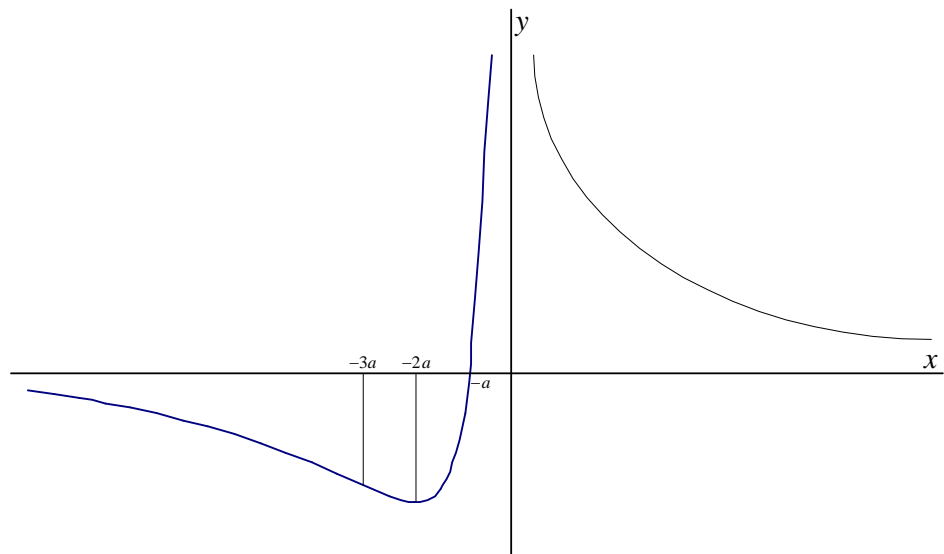
יש לשים לב כי האיבר השמאלי בגבול שואף ל- ∞ והשני ל- $-\infty$, אולםהראשון שואף ל- ∞ מהר יותר ולכן הגבול הוא ∞ .

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{6a^3}{x^4} + \frac{2a^2}{x^3} = 0 \quad \Big/ \cdot \frac{x^4}{a^2}$$

$$x = -3a$$

נקודת פיתול:

$$y = \frac{a^3}{9a^2} - \frac{a^2}{3a} = \frac{a}{9} - \frac{a}{3} = -\frac{2}{9}a$$

הנקודה $(-3a; -\frac{2}{9}a)$ היא נקודת פיתול.שרטוט איכותי:

5. א. פתור את המשוואה $Z^3 + 1 = 0$

$$\begin{aligned}
 Z^3 &= -1 = \cos \pi + \mathbf{i} \sin \pi \\
 &= \cos\left(\frac{\pi + 2\pi k}{3}\right) + \mathbf{i} \sin\left(\frac{\pi + 2\pi k}{3}\right) && \text{או} \\
 &= \cos \frac{\pi}{3} + \mathbf{i} \sin \frac{\pi}{3} && k = 0 \\
 &= \cos \pi + \mathbf{i} \sin \pi = -1 && k = 1 \\
 &= \cos \frac{5\pi}{3} + \mathbf{i} \sin \frac{5\pi}{3} && k = 2
 \end{aligned}$$

$$\lim_{\vartheta \rightarrow 0} \frac{\sin \vartheta - \tan \vartheta}{\cos \vartheta - \sec \vartheta} = \lim_{\vartheta \rightarrow 0} \frac{\sin - \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta}}{\cos \vartheta - \frac{1}{\cos \vartheta}} =$$

ב.

$$\lim_{\vartheta \rightarrow 0} \frac{\sin \vartheta \cos \vartheta - \sin \vartheta}{\cos^2 \vartheta - 1} = \lim_{\vartheta \rightarrow 0} \frac{\sin \vartheta (\cos \vartheta - 1)}{(\cos \vartheta + 1)(\cos \vartheta - 1)} = \lim_{\vartheta \rightarrow 0} \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta + 1} = \frac{0}{2} = 0$$

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.2

1. מצא את שרשי המשוואה, $z^3 - i = 0$ ואת מכפלת השרשים.

2. נתונות הפונקציות:

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} + 7x \quad \text{ג.} \quad f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 5x^2 & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{ב.} \quad f(x) = \begin{cases} \ln x + 5 & x > 1 \\ \ln x & x \leq 1 \end{cases} \quad \text{א.}$$

מצא את גבול הפונקציות ובדוק את רציפותם בנקודות $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, ו- $x = 3$.

3. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א.} \quad y = (x^3 + 7)^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{ב.} \quad y = \sin^2(\operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1})$$

4. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\text{א.} \quad yx + x^2 = \sin y$$

$$\text{ב.} \quad \sin^2 x + \cos^2 x = \operatorname{tg}(xy)$$

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.3

1. א. חשב הבטוי $\frac{7+i}{7-i}(i+\sqrt{2})^2$

ב. פתור את המשוואה $x^5 - i = 0$.

2. א. מהו תחום ההגדרה והטווח של הפונקציה $y = \log_{10} \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

ב. תאר באופן גרפי (איכותי) את הפונקציה $y = 2x^3 + 5x^2 - 3x$

3. א. חשב את הגבולות הבאים

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta - \operatorname{tg} \theta}{\cos \theta - \sec \theta}, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 1}{x + 1}$$

ב. נתונה הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 2 \\ x^3 & x \leq 2 \end{cases}$$

מהו גבול הפונקציה בנקודות $x = 1, 2, 3$?

האם הפונקציה רציפה בנקודות אלו?

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.4

עליך לפתור שלשה תרגילים מתוך ארבעת התרגילים הראשונים ושלושה מתוך ארבעת האחרונים.
זמן הבחינה 90 דקות.

1. גזור את הפונקציה $y(x) = \log \sqrt{\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}}$

2. גזור את הפונקציה $y(x) = a \arcsin \sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{ax - x^2}$

3. גזור את הפונקציה $y(x) = (2x + a)^{2x}$

4. מצא נקודות מכסימום מינימום ופתול של הפונקציה $y = 2x + \arccos x$
ותאר גרפית את הפונקציה באופן איכותי.

חשב את האנטגרלים הבלתי מסוימים הבאים:

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}$

6. $\int \frac{dx}{x^4 + 9x^2}$

7. $\int y^2 \cos y dy$

8. $\int \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.5

$$1. \text{ נתונה הפונקציה } y = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & x > 1 \\ x^2 + 3 & x \leq 1 \end{cases}$$

- א. בדוק גבול ורציפות הפונקציה בנקודות 0,1,3.
 ב. בדוק רציפות הפונקציה הנגזרת בנקודות הנ"ל.

2. חשב $\frac{dy}{dx}$ בפונקציות הבאות:

א. $y^3 x + \operatorname{tgh}(x + y) = \ln x$

ב. $y = \sqrt{\arcsin[\ln(e^{\sin x^2})]}$

ג. $y = \sin(x^y)$

3. נתונה הפונקציה $y = \ln((x - 3)^2(x + 1) + 1)$ מצא:

א. נקודות חתוך עם הצירים.

ב. נקודות מכסימום ומינימום.

ג. האם הפונקציה קיימת ב- $x = -2$?

ד. תאר גרפית את הפונקציה.

4. א. פתור $z^6 - 1 = 0$ ותאר הפתרונות במישור המרוכב.

ב. חשב בעזרת דפרנציאלים: $\ln(0.99)$.

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.6

$$1. \text{ נתונה הפונקציה } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{|x - 3|} & x \neq 3 \\ 6 & x = 3 \end{cases}$$

- א. מהו גבול הפונקציה בנקודות $x = 0, 3, 4$?
 ב. האם הפונקציה רציפה בנקודות הנ"ל? נמק!
 ג. במידה שאין גבול מצא גבול ימני וגבול שמאלי.

2. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $x^x + y^{\cos x} = \arctg(x + y)$

ב. $y = \arcsin^3(\ln e^{\sin^3 x})$

ג. $y = \ln \sqrt{\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}}$

3. נתונה הפונקציה $y = 5\arctg x - 2 \ln x$

- א. מצא נקודות קיצוניות.
 ב. תאר איכותית את הפונקציה בצורה גרפית.

4. א. פתור את המשוואה $z^3 + 1 + i = 0$.

ב. חשב את הגבול $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta - \operatorname{tg} \theta}{\cos \theta - \sec \theta}$.

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.7

חומר עזר: דף נוסחאות מצורף ומחשב כיס פשוט (ללא גרפיקה).

1. מצא את שרשי המשוואה $z^3 - i + 1 = 0$ ושרטט את הפתרונות במשור המרוכב.

2. נתונות הפונקציות

$$f(x) = \frac{x}{|x|} \quad \text{ג.} \quad f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} + 7x \quad \text{ב.} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 5x & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{א.}$$

מצא את גבול הפונקציות ובדוק את רציפותם בנקודות $x = 0, x = 1, x = 2, x = 3$.

3. גזור את הפונקציות הבאות

$$\text{א. } x^3 + y^2 x = \sin y \quad \text{ב. } \sin^2 x + \cos^2 y = \operatorname{tg}(xy) \quad \text{ג. } y = 2 \left(\arcsin \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \right)^2$$

4. א. מצא את הנגזרת של הפונקציה $y = \sin^2 x$ לפי הגדרת הנגזרת.

ב. נתונה הפונקציה $x^2 + y^2 = 1$ ומשוואת המשיק שלה $2y - x = b$

מצא את נקודת ההשקה ואת b .

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.8

חומר עזר: דף נוסחאות מצורף ומחשב כיס פשוט (ללא גרפיקה).

1. א. פתור את המשוואה $z^4 + i = 0$ ושרטט את הפתרונות במישור המרוכב.

ב. חשב $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left[\frac{x}{\cot x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right]$

2. מצא תחום הגדרה, חתוך צירים, מכסימום ומינימום, נקודת פתול, גבול ב- $\pm \infty$, גבול ב- 0^+ , 0^- של

הפונקציה $y = \frac{a^2}{x^2} + \frac{a^3}{x}$ כאשר $a > 0$ שרטט גרף איכותי של הפונקציה.

3. א. גזור את הפונקציות הבאות

$$\sin^2 y + x \cos^2 x = y \quad y = \ln \sqrt{\frac{1+tgx}{1-tgx}}$$

ב. חלקיק נע ע"פ המשוואות $x = 5t$, $y = 5\sqrt{3} - 5t^2$,

(i) מצא את הזווית שבה החלקיק חוזר ל- $y = 0$.

(ii) מצא את הקואורדינטות הגובה המכסימלי של החלקיק.

פתור בעזרת שמוש בנגזרות.

4. א. חשב $3.01^{3.01}$ באמצעות דפרנציאל (ללא מחשב).

ב. בדוק רציפות הפונקציות הבאות בנקודות $x = 1$ $x = 2$ נמק!

$$y = \frac{x-1}{|x-1|} \quad \text{(ii)} \quad y = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2-4} & x \neq 2 \\ \frac{1}{4} & x = 2 \end{cases} \quad \text{(i)}$$

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.9

1. א. חשב את שרשי המשוואה $z^3 + 8 = 0$ ותאר את הפתרונות במשור המורכב.

ב. נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2}$

מהו גבול הפונקציה בנקודה $x = -2$? האם הפונקציה רציפה בנקודה זו? נמק!

2. א. מצא את הנגזרת של הפונקציה $y = \cos^2 x$ לפי הגדרה הנגזרת.

ב. חשב את הגבולות הבאים:

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin \theta - \cos \theta}{\csc \theta - 1},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x - 15}{12 + 2x^3}$$

3. גזור את הפונקציות הבאות

א. $y = \arctg(\sin^3(x^2 + 1))$

ב. $\cos^2 x + \operatorname{tg}^2 y = \sin(xy)$

ג. $y = x^{\sin x}$

ד. $y = e^{2 \ln \sqrt{\frac{x^3 - 12}{x^2 - 4}}}$

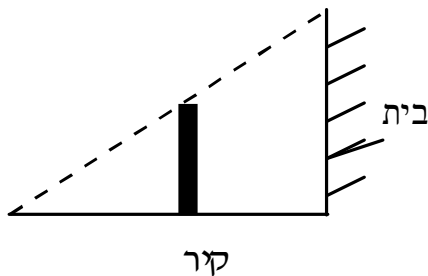
4. א. תאר גרפית את הפונקציה בעזרת נקודות קיצוניות.

הנח $a > 0, b > 0$

$$y = \frac{x - a}{(x - b)^2}$$

ב. קיר בגובה 8 ניצב במרחק $3\frac{3}{8}$ מ' מבית.

מהו ארכו המינמלי של סולם שיגיע מהקרקע לבית כך שהוא נשען ע"ג הקיר (ראה איור).



בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.10

1. חשב את הגבולות הבאים:

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin a\varphi}{\sin b\varphi} \quad \text{א.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x+3} \quad \text{ב.}$$

2. נתונה הפונקציה:

$$f(x) = \begin{cases} \ln x + 1, & x > 1 \\ \ln x - 1, & x \leq 1 \end{cases} \quad \text{ג.} \quad f(x) = \begin{cases} x + 6, & x > 3 \\ x^2, & x \leq 3 \end{cases} \quad \text{ב.} \quad f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} \quad \text{א.}$$

מצא את הגבול הפונקציות ובדוק את רציפותן בנקודות $x = 1, x = 2, x = 3$.

3. גזור את הפונקציות הבאות $(y'(x))$:

$$y = x^n e^{\sin x} \quad \text{א.} \quad y = \sqrt[3]{\frac{x(x^2+1)}{(x-1)^2}} \quad \text{ב.}$$

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3} \quad \text{ג.} \quad \cos(xy) = x \quad \text{ד.}$$

4. א. מצא שרשי המשוואה $z^4 + 16i = 0$ ושרטט את הפתרונות במשור המורכב.

ב. למעגל שרדיוסו R, מעבירים משיק בנקודה T. מיתר AB מקביל למשיק זה.

מן הנקודות A ו-B מורידים אנכים למשיק, כך שנוצר מלבן ABCD. מה צריך להיות היחס

בין אורך המיתר AB לבין רדיוס המעגל, כדי שהיקף המלבן ABCD יהיה מקסימלי?

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.11

1. ענה/י על השאלות הבאות:

א. מצאי כל שורשי המשוואה: $z^3 - 27i = 0$

ב. לבדוק האם פונקציה $f(x) = \frac{9x+1}{\sqrt[3]{x-1}}$ היא אלגברית

2. חשבי את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1-x} \right)^x$

3. לבדוק את רציפות וגבול הפונקציות הבאות בנקודות $x=1, x=2, x=3$:

א. $y = \frac{x-2}{2x^3 - 5x^2 + x + 2}$

ב. $y = 1 - \frac{|x|}{x}$

4. מצאי את הנגזרות $(y'(x))$:

א. $y = \ln^2(x^{\sinh x} + 1)$

ב. $y = \cos^2 y + x \sin^2 x$

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.12

1. ענה/י על השאלות הבאות:

א. מצא/י כל שורשי המשוואה: $z^4 + \sqrt{i}z^2 - 6i = 0$ במסגרת המספרים המרוכבים.

ב. האם פונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{x}}} + \sqrt[3]{x^2}$ היא אלגברית? הוכח את טענתך!

2. נתונה פונקציה: $y = \frac{\cos^2 x - 1}{x^{3/2} \sqrt{\sin x}}$.

א. האם היא רציפה ב- $x = 0$;

ב. חשבי גבול ימני ושמאלי ב- $x \rightarrow 0$;

ג. מהי גבול הפונקציה ב- $x = 0$;

ד. חשבי את הנגזרת של $y = \cos^2 x$ על פי הגדרת הנגזרת.

3. חשבי את הנגזרת של הפונקציות:

א. $y = \arctan^2(1 + \sqrt{x})$;

ב. $y = \sin^2(\arcsin x^3)$;

ג. $y = (\ln x)^{2x+5}$;

ד. $\sin^2 y = (\ln xy) + 2x^5$;

4. מצא/י תחום הגדרה, חיתוך צירים, מכסימום ומינימום, נקודות פיתול וגבולות ב- $\pm \infty$

וב- 0 של הפונקציה: $y = \frac{a}{x} - \frac{a^3}{x^3}$

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.13

חומר עזר : דף נוסחאות ומחשב כיס ללא גרפיקה

1. א. חשב את הגבולות הבאים :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 ax - 1}{x^2} \quad \text{.I} \qquad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{x}} \quad \text{.II}$$

ב. חשב גבול ובדוק רציפות הפונקציה $y = |x|$ ופונקצית הנגזרת שלה בנקודות $x = 0$ ו- $x = 1$.

2. א. גזור את הפונקציות הבאות :

$$y = \arcsin^3 \left[e^{\frac{1}{2} \ln(1 - \cos^2 \sqrt{x})} \right] \quad \text{.I} \qquad y^3 \sin x + \arctg(xy) = x \quad \text{.II}$$

ב. חלקיק נע ע"פ המשוואות $x = 3t$ ו- $y = 8t - 2t^2$ מצא את הזווית שבה חוזר החלקיק ל- $y = 0$ ומהו קצב שינוי הזווית עם הזמן בנקודה זו.

3. א. חשב את הנגזרת של הפונקציה $y = a^x$ לפי הגדרת הנגזרת. העזר בנוסחה $e^u = 1 + u$ כאשר $u \rightarrow 0$.

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y = a^x$ בנקודה $x = 1$.

4. מצא/י תחום הגדרה, מכסימום ומינימום, ותאר באופן איכותי את הפונקציה $y = \frac{1}{(x-a)(x-b)}$ כאשר $a > b > 0$.

בהצלחה!

מתמטיקה לפיזיקאים

מבחן 1.14

חומר עזר: דף נוסחאות ומחשב כיס ללא גרפיקה

1. א. בדוק גבול ורציפות הפונקציה:

$$y = \begin{cases} \sqrt{3-x} + 2, & x \leq 3 \\ \sqrt{x-3} + 1, & x > 3 \end{cases}$$

בנקודות $x = 2, x = 3, x = 4$.

ב. I. חשב את משוואת המשיק לפונקציה $y = \sin(2x)$ בנקודה $x = \frac{\pi}{8}$.

II. חשב בעזרת הדיפרנציאל את שיפוע המשיק בנקודה $x = \frac{\pi}{8} + 0.1$.

2. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $y = \sin^3(\ln(\sqrt{1-x^2}))$ ב. $y^3 \sin^2 x - \cos(yx) = \arctg(y)$

3. א. נתון חלקיק הנע במישור xy על-פי: $y = 2 + \cos(2t)$ $x = 1 - \sin(2t)$.

מצא את זווית הנטייה של המשיק ב- $t = \frac{\pi}{4}$ ואת קצב שינוי הזווית בזמן זה.

ב. מצא נקודות קיצון ותאר גרפית את הפונקציה: $y = (x-5)(x+1)(x-2)$.

4. חשב את האינטגרלים הבאים:

א. $\int \frac{\cos \theta}{(3 + \sin \theta)^{3/2}} d\theta$ ב. $\int \frac{dx}{\sqrt{21 + 12x - 9x^2}}$ ג. $\int x \arctg(x^2) dx$

בהצלחה!

ב"ה
ה' שבט תשנ"ט
22 בינואר, 1999

מתמטיקה לפיזיקאים

פתרון

מבחן 1.14

1. א. $x = 2$ יש גבול - $y = 3$ ורציפות.

$x = 3$ אין גבול (גבול ימני \neq גבול שמאלי) ואין רציפות.

$x = 4$ יש גבול ורציפות.

$$y = \sqrt{2}x + \sqrt{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \quad \text{ב. I}$$

II. שיפוע המשיק $0.8\sqrt{2}$

$$y' = \frac{-3x \sin^2(\ln \sqrt{1-x^2}) \cos(\ln \sqrt{1-x^2})}{1-x^2} \quad \text{א. 2}$$

$$y' = \frac{y[y^2 \sin 2x + \sin xy]}{\frac{1}{1+y^2} - 3y^2 \sin^2 x - x \sin yx} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 2 \quad \theta = \pi/2 \quad \text{א. 3}$$

$$(2 \pm \sqrt{3}) \quad \text{ב.}$$

$$\frac{1}{2} x^2 \arctan(x^2) - \frac{1}{4} \ln(1+x^4) + c \quad \text{ג.}$$

$$\frac{1}{3} \arcsin(3x-2) \quad \text{ב.}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{3+\sin\theta}} + c \quad \text{א. 4}$$